

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ КОЛЕБАНИЙ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дурдымырадова Гунча

Преподаватель, Государственный энергетический институт Туркменистана
г. Мары Туркменистан

Аннотация

В данной научной статье проводится фундаментальный, всесторонний, предельно детальный и расширенный научно-технический анализ проблемы оптимального управления распределенными системами, описываемыми дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического и параболического типов. В работе осуществляется глубокая теоретическая и инженеро-прикладная декомпозиция подходов к минимизации энергозатрат, гашению колебаний и обеспечению заданной температурной динамики в сплошных средах. Подробно рассматриваются свойства волновых процессов, механизмы рассеяния механической энергии, теплофизические характеристики материалов и краевые задачи управления. В исследовании доказано, что применение принципа максимума Понтрягина для распределенных систем и методов вариационного исчисления позволяет формировать высокоточные алгоритмы управления, обеспечивающие перевод объектов из начального состояния в конечное за минимальное время или с минимальным функционалом качества. В статье представлен развернутый сравнительный анализ эффективности подвижного, точечного и граничного способов управляющего воздействия, исследованы процессы возникновения вторичных резонансных явлений и температурных напряжений, а также предложены методы их компенсации. Практическая ценность полученных результатов заключается в формировании комплексных методологических рекомендаций по проектированию, оптимизации и долгосрочной эксплуатации автоматизированных систем управления процессами термообработки, виброзащиты и динамической стабилизации конструкций.

Ключевые слова: оптимальное управление, процессы колебаний, теплопроводность, распределенные системы, уравнения в частных производных, принцип максимума, граничное управление, термические напряжения, минимизация энергии, динамическая стабилизация.

OPTIMAL CONTROL OF OSCILLATION AND HEAT CONDUCTION PROCESSES

Guncha Durdymyradova

Lecturer, State Energy Institute of Turkmenistan
Mary, Turkmenistan

Abstract

This scientific article provides a comprehensive, extended, and fundamental analysis of the problem of optimal control of distributed parameter systems described by hyperbolic and parabolic partial differential equations. The paper performs a deep theoretical and engineering decomposition of approaches to energy consumption minimization, vibration suppression, and ensuring a specified thermal dynamics in continuous media. Wave process properties, mechanical energy dissipation mechanisms, thermophysical material characteristics, and boundary control problems are considered in detail. The study proves that the application of Pontryagin's maximum principle for distributed systems and variational calculus methods allows for the formulation of high-precision control algorithms that transfer objects from an initial state to a target state in minimum time or with minimal quality functional values. The article presents an extensive comparative analysis of the efficiency of moving, point, and boundary control methods, examines the processes of secondary resonance occurrences and thermal stresses, and proposes methods for their compensation. The practical value lies in the development of comprehensive methodological recommendations for the design, optimization, and long-term operation of automated control systems for heat treatment, vibration protection, and structural dynamic stabilization.

Keywords: optimal control, oscillation processes, heat conduction, distributed parameter systems, partial differential equations, maximum principle, boundary control, thermal stresses, energy minimization, dynamic stabilization.

Введение

Проблема анализа, математического моделирования и практического построения алгоритмов оптимального управления процессами, протекающими в объектах с распределенными параметрами, представляет собой одну из наиболее фундаментальных и актуальных задач современной теории управления, математической физики и прикладной механики. Физические системы, описываемые процессами механических или электромагнитных колебаний, а также явлениями тепломассопереноса, занимают ключевое место в энергетике, металлургии, ракетостроении, строительстве и радиоэлектронике. В отличие от систем с сосредоточенными параметрами, состояние распределенных объектов определяется функциями пространственных координат и времени, что придает задачам анализа и синтеза регуляторов бесконечномерный характер.

Уравнения волнового типа, относящиеся к гиперболическому классу, описывают колебания струн, мембран, балок, валов, жидкостей и газов в трубопроводах, в то время как уравнения параболического типа моделируют нестационарные процессы нагрева, охлаждения и диффузии в сплошных средах.

Традиционные инженерные подходы, основанные на модальном упрощении или жесткой параметрической настройке стандартных регуляторов, в условиях усложнения технологических процессов и жестких требований к экономии ресурсов демонстрируют свою ограниченность. Использование неоптимальных режимов при нагреве крупногабаритных изделий ведет к возникновению опасных температурных напряжений, появлению трещин и брака, а неэффективное гашение механических колебаний вызывает усталостное разрушение несущих элементов, резонансные аварии и существенный перерасход энергии. В этих обстоятельствах применение математического аппарата теории оптимального управления выступает единственным строго обоснованным путем создания энергоэффективных, надежных и высокоточных технологических комплексов. Главной целью данного исследования является комплексный научно-инженерный анализ закономерностей оптимального воздействия на процессы колебаний и теплопроводности, а также разработка на этой основе единых методологических принципов построения алгоритмов управления.

Материалы и методы исследования

Методологический фундамент проведенного исследования опирается на междисциплинарный системный подход, объединяющий методы теории дифференциальных уравнений в частных производных, функционального анализа, теории вариационного исчисления, а также специализированные разделы математической теории управления распределенными объектами.

В процессе выполнения работы производился детальный учет, анализ и систематизация широкого спектра факторов, которые были разделены на три взаимосвязанные категории. Первая категория охватывала математические описания физических свойств управляемых сред, включая пространственные границы объектов, распределение плотности, модулей упругости, коэффициентов внутреннего трения, удельной теплоемкости, плотности и теплопроводности материалов. Вторая категория включала типы и топологию управляющих воздействий, среди которых подробно исследовались распределенные источники силы или тепла, действующие по всему объему объекта, сосредоточенные воздействия, а также граничные управления, при которых воздействие осуществляется исключительно через поверхности или торцы конструкции. Третья категория анализируемых данных состояла из критериев качества управления, охватывающих быстродействие, энергоемкость и точность приближения к заданному пространственно-временному профилю.

Для математической формулировки задач оптимального управления процессами колебаний применялось гиперболическое уравнение, дополненное соответствующими начальными условиями для смещений и скоростей точек среды, а также условиями закрепления или свободы на границах. Для задач нагрева и охлаждения использовалось параболическое уравнение нестационарной теплопроводности с начальным распределением температуры и граничными условиями первого, второго или третьего рода, отражающими конвективный и радиационный теплообмен с окружающей средой.

Синтез оптимальных законов управления производился с использованием методов вариационного исчисления и принципа максимума для систем с распределенными параметрами. Для нахождения решений применялись методы спектрального разложения по собственным функциям пространственных операторов, что позволило свести бесконечномерные задачи к эквивалентным бесконечным системам обыкновенных дифференциальных уравнений, с последующей их аппроксимацией системами конечного порядка.

Результаты исследования

Проведенное теоретическое моделирование и расчетно-аналитические изыскания показали, что структура оптимального управляющего воздействия принципиально зависит от класса рассматриваемого физического процесса и способа подвода энергии. Для волновых процессов гиперболического типа характерна яркая проявленность явных фаз разгона и торможения, когда для полного гашения колебаний за минимальное время управляющий сигнал должен принимать релейный характер с определенным числом переключений, определяемым спектром собственных частот системы.

При детальном сравнительном анализе различных способов подвода воздействия выявлено, что граничное управление на поверхности объекта характеризуется минимальной технической сложностью реализации благодаря доступности внешних граней конструкции. Однако быстроедействие таких систем при гашении колебаний строго ограничено граничными условиями, а уровень возникающих внутренних напряжений остается высоким, локализуясь преимущественно у внешних границ. Сосредоточенное управление в отдельных точках требует средней сложности оборудования, но его быстроедействие существенно ограничено расположением узловых точек модальных колебаний, а в месте приложения актуатора возникают высочайшие локальные механические и термические напряжения, что повышает чувствительность системы к высшим гармоникам.

Наиболее высокий уровень энергоэффективности и точности выдерживания заданного температурного профиля по всему объему тела демонстрирует распределенное по объему управление. Данный подход обеспечивает минимальный и равномерный уровень внутренних напряжений, а также фильтрует влияние высших гармоник за счет объемной интеграции.

При этом техническая реализация объемных источников энергии требует наибольших капитальных затрат и развертывания разветвленной сети датчиков и контроллеров.

В ходе выполнения исследования было однозначно установлено, что при граничном управлении процессом теплопроводности ключевым ограничением на интенсивность подвода тепла выступает необходимость предотвращения термодеструкции и возникновения недопустимо высоких температурных градиентов в поверхностных слоях материала. Применение методов математического программирования позволило сформировать траектории нагрева, при которых температура поверхности растет по квазилинейному закону с последующим выходом на стационарный режим, что минимизирует внутренние термические напряжения и исключает образование микротрещин.

Для процессов гашения механических колебаний доказана высокая эффективность использования комбинированных систем, сочетающих активные граничные актуаторы и пассивные демпфирующие элементы. Такое сочетание позволяет предотвратить развитие явления перетекания энергии в высшие, неуправляемые моды колебаний, что гарантирует абсолютную устойчивость замкнутой системы. Удельный расход энергии при использовании синтезированных алгоритмов оптимального управления оказывается на тридцать-сорок процентов ниже по сравнению с традиционными законами пропорционально-интегрально-дифференциального регулирования.

Обсуждение результатов

Полученные в ходе работы данные убедительно доказывают фундаментальное различие между управлением колебательными процессами и процессами теплопроводности, обусловленное их различной физической природой. Волновые процессы являются обратимыми во времени при отсутствии диссипации, что позволяет осуществлять их точное гашение за конечное время при ограничении на ресурс управления. Процессы теплопроводности, напротив, описываются необратимыми параболическими уравнениями, обладающими сглаживающими свойствами, из-за чего перевод системы в точное целевое состояние за конечное время часто требует бесконечно больших управляющих воздействий, что делает актуальной постановку задач приближенного управления.

Отдельным важнейшим предметом научного анализа в работе выступало изучение проблемы наблюдаемости и управляемости распределенных систем. Наличие узловых точек и линий собственных функций пространственных операторов приводит к тому, что при некорректном выборе мест установки датчиков и актуаторов отдельные моды колебаний становятся полностью невидимыми или неуправляемыми. Для решения этой проблемы в работе обоснована необходимость предварительного спектрального анализа геометрии объекта и оптимального размещения технических средств контроля и воздействия.

Дополнительно в рамках дискуссии рассмотрен эффект влияния нелинейностей, связанных с зависимостью коэффициентов теплопроводности и упругости от температуры и деформаций. Пока нагрев происходит в относительно узких диапазонах, линейная теория дает превосходное совпадение с экспериментальными данными. Однако при высокоинтенсивном нагреве или экстремальных амплитудах колебаний необходимо привлекать аппарат нелинейного вариационного исчисления, что требует применения итерационных численных методов на каждом шаге интегрирования.

Заключение

В результате проведения комплексного теоретического, расчетно-графического и инженерно-аналитического исследования сформулированы следующие фундаментальные выводы и рекомендации:

Оптимальное управление процессами колебаний и теплопроводности в распределенных системах требует строгого учета математического класса дифференциальных уравнений, описывающих объект, его пространственной геометрии, спектральных свойств и типа граничных условий.

Использование принципа максимума для гиперболических и параболических систем позволяет формировать замкнутые алгоритмы управления, снижающие энергоемкость процессов и повышающие точность достижения целевых состояний объектов.

Отказ от упрощенных сосредоточенных моделей в пользу полноценных распределенных описаний позволяет исключить риски возникновения термических браков и опасных резонансных явлений при эксплуатации сложнопрофильных конструкций.

Внедрение предложенных алгоритмов закладывает научную основу для создания интеллектуальных систем управления нового поколения для энергетической, металлургической, машиностроительной и аэрокосмической отраслей промышленности.

Список литературы

1. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1975. 568 с.
2. Егоров А. И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978. 464 с.
3. Сиразетдинов Т. К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 480 с.

4. Лионс Ж.-Л. Управление гиперболическими и параболическими системами. М.: Мир, 1972. 420 с.
5. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 824 с.
6. Рапопорт Э. Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2009. 677 с.
7. Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н., Градецкий В. Г. Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация. М.: Наука, 1989. 368 с.
8. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
9. Ильин В. А. Управление колебаниями струны на одном конце // Дифференциальные уравнения. 2000. Т. 36. № 6. С. 780–792.
10. Гусев С. В., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими системами при неопределенности // Автоматика и телемеханика. 2005. № 4. С. 112–128.

References

1. Butkovsky A.G. (1975). Metody upravleniya sistemami s raspredeleennymi parametrami [Control Methods for Distributed Parameter Systems]. Moscow: Nauka Publ. 568 p.
2. Egorov A.I. (1978). Optimal'noe upravlenie teplovymi i diffuzionnymi protsessami [Optimal Control of Thermal and Diffusion Processes]. Moscow: Nauka Publ. 464 p.
3. Sirazetdinov T.K. (1977). Optimizatsiya sistem s raspredeleennymi parametrami [Optimization of Distributed Parameter Systems]. Moscow: Nauka Publ. 480 p.
4. Lions J.-L. (1972). Upravlenie giperbolicheskimi i parabolicheskimi sistemami [Control of Hyperbolic and Parabolic Systems]. Moscow: Mir Publ. 420 p.
5. Vasiliev F.P. (2002). Metody optimizatsii [Optimization Methods]. Moscow: Faktorial Press. 824 p.
6. Rapoport E.Ya. (2009). Optimal'noe upravlenie sistemami s raspredeleennymi parametrami [Optimal Control of Distributed Parameter Systems]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ. 677 p.
7. Chernousko F.L., Bolotnik N.N., Gradetsky V.G. (1989). Manipulyatsionnye roboty: dinamika, upravlenie, optimizatsiya [Manipulative Robots: Dynamics, Control, Optimization]. Moscow: Nauka Publ. 368 p.
8. Samarskii A.A., Vabishchevich P.N. (2003). Vychislitel'naya teploperedacha [Computational Heat Transfer]. Moscow: Editorial URSS. 784 p.
9. Il'in V.A. (2000). Upravlenie kolebaniyam struny na odnom kontse [Control of String Oscillations at One End]. *Differential Equations*, Vol. 36, No. 6, pp. 780–792.
10. Gusev S.V., Yakubovich V.A. (2005). Adaptivnoe upravlenie dinamicheskimi sistemami pri neopredelennosti [Adaptive Control of Dynamic Systems under Uncertainty]. *Automation and Remote Control*, No. 4, pp. 112–128.