

КВАНТОВАЯ ЗАПУТАННОСТЬ В ЗАДАЧАХ КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

Петров В.Н.

Санкт-Петербургский государственный университет,

г. Санкт-Петербург, Россия

Аннотация.

Квантовая запутанность является одним из ключевых ресурсов квантовых информационных технологий, определяющих принципиальное превосходство квантовых вычислений над классическими алгоритмами. В работе представлен теоретический анализ условий возникновения и сохранения многочастичной запутанности в системах на основе сверхпроводящих кубитов, а также экспериментальная верификация ключевых результатов. Цель исследования -- изучить зависимость степени запутанности от параметров декогеренции и выявить оптимальные режимы работы квантовых вентилях. Теоретическое описание строилось в рамках формализма матрицы плотности с учётом Линдбладовской динамики открытых квантовых систем. Проведено численное моделирование эволюции трёх- и пятикубитных систем при воздействии различных каналов шума: амплитудного затухания, фазовой релаксации и деполяризующего шума. Экспериментальные измерения выполнены на процессоре с топологией решётки 5×5 кубитов при температуре 15 мК. Для количественной оценки запутанности использовались меры конкаррентности, логарифмической негативности и квантовой взаимной информации. Установлено, что при времени когерентности $T_2 > 80$ мкс реализуется высокоточное выполнение двухкубитных вентилях CNOT с точностью $99.4 \pm 0.2\%$. Показано, что применение динамического подавления ошибок методом составных импульсов увеличивает время жизни запутанного состояния в 2.3 раза. Для пятикубитных систем выявлен пороговый характер перехода от сепарабельного к запутанному состоянию при увеличении силы связи между кубитами. Практическая значимость работы состоит в разработке рекомендаций по оптимизации параметров квантовых процессоров для задач квантовой химии и оптимизации.

Ключевые слова: квантовая запутанность, квантовые вычисления, сверхпроводящие кубиты, матрица плотности, декогеренция, квантовые вентилях, конкаррентность, динамическое подавление ошибок, открытые квантовые системы, квантовая информация.

QUANTUM ENTANGLEMENT IN QUANTUM COMPUTING PROBLEMS: THEORETICAL ANALYSIS AND EXPERIMENTAL VERIFICATION

Petrov V.N.

Saint Petersburg State University,

Saint Petersburg, Russia

Abstract.

Quantum entanglement is one of the key resources of quantum information technologies, determining the fundamental advantage of quantum computing over classical algorithms. The paper presents a theoretical analysis of conditions for the emergence and preservation of multipartite entanglement in superconducting qubit systems, along with experimental verification of key results. The aim of the study is to investigate the dependence of entanglement degree on decoherence parameters and identify optimal operating regimes for quantum gates. Theoretical description was built within the density matrix formalism accounting for Lindbladian dynamics of open quantum systems. Numerical simulation of three- and five-qubit system evolution was performed under various noise channels: amplitude damping, phase relaxation, and depolarizing noise. Experimental measurements were carried out on a processor with 5x5 qubit lattice topology at temperature 15 mK. Concurrence, logarithmic negativity, and quantum mutual information were used as entanglement quantification measures. It was established that at coherence time $T_2 > 80$ us, high-fidelity two-qubit CNOT gates are realized with fidelity $99.4 \pm 0.2\%$. It is shown that application of dynamical error suppression via composite pulse sequences increases entangled state lifetime by a factor of 2.3. For five-qubit systems, a threshold character of transition from separable to entangled state was revealed with increasing inter-qubit coupling strength. The practical significance consists in developing recommendations for optimizing quantum processor parameters for quantum chemistry and optimization tasks.

Keywords: quantum entanglement, quantum computing, superconducting qubits, density matrix, decoherence, quantum gates, concurrence, dynamical decoupling, open quantum systems, quantum information.

Введение

Квантовая запутанность -- феномен, при котором квантовое состояние составной системы не может быть представлено как произведение состояний её подсистем, -- занимает центральное место в современной квантовой физике и информатике. С момента знаменитого мысленного эксперимента Эйнштейна, Подольского и Розена в 1935 году и экспериментального подтверждения нарушения неравенств Белла в работах Аспека и соавторов запутанность перестала быть лишь философской концепцией и превратилась в практически используемый ресурс.

Развитие технологий сверхпроводящих кубитов, ионных ловушек и фотонных систем за последнее десятилетие открыло возможность создания программируемых квантовых процессоров с числом кубитов, достигающим нескольких сотен. Реализация квантового превосходства в задачах выборки случайных квантовых схем, продемонстрированная в ряде пионерских работ, стимулировала интерес как к фундаментальным вопросам квантовой запутанности, так и к прикладным аспектам её управления и сохранения.

Однако практическое применение квантовых вычислений сопряжено с серьёзной проблемой декогеренции -- неизбежного взаимодействия квантовой системы с окружающей средой, разрушающего квантовые суперпозиции и запутанность. Основные механизмы декогеренции -- амплитудное затухание (T_1 -релаксация) и фазовая релаксация (T_2 -депазинг) -- ограничивают время, в течение которого квантовый компьютер способен выполнять осмысленные вычисления.

Для противодействия декогеренции развиваются методы квантовой коррекции ошибок, динамического подавления ошибок и оптимизации формы управляющих импульсов. Принципиально важно понимание того, каким образом многочастичная запутанность эволюционирует под влиянием шума, и как можно максимально долго её сохранять.

Несмотря на значительный прогресс, ряд ключевых вопросов остаётся открытым. В частности, количественная связь между параметрами декогеренции конкретной аппаратной платформы и достижимой точностью многокубитных вентилях недостаточно исследована для реалистичных условий эксплуатации. Кроме того, пороговые условия перехода между различными классами запутанных состояний при вариации параметров связи требуют детального изучения.

Цель настоящей работы -- теоретически и экспериментально исследовать условия возникновения и динамику многочастичной запутанности в системах сверхпроводящих кубитов с учётом реалистичных каналов шума. Для этого решаются следующие задачи: построение теоретической модели на основе уравнения Линдблада, численное моделирование эволюции многокубитных состояний, экспериментальное измерение характеристик запутанности и разработка методов её защиты от декогеренции.

Материалы и методы исследования

1. Теоретическая модель

Для описания динамики открытой квантовой системы использовалось уравнение Горини--Косаковского--Сударшана--Линдблада (ГКСЛ), обобщающее уравнение Шрёдингера на случай взаимодействия с марковским окружением. Эволюция матрицы плотности системы ρ определяется выражением:

$$d\rho/dt = -i[H, \rho] + \sum_k (L_k \rho L_k^\dagger - (1/2)\{L_k^\dagger L_k, \rho\}),$$

где H -- гамильтониан системы, L_k -- операторы Линдблада, описывающие различные каналы диссипации. Для каждого кубита рассматривались три оператора Линдблада: оператор амплитудного затухания $L_1 = \sqrt{(1/T_1)} \sigma^-$, оператор фазовой релаксации $L_2 = \sqrt{(1/T_\phi)} \sigma_z/2$ и оператор деполяризирующего шума $L_3 = \sqrt{(p/3)} \sigma_i$ ($i = x, y, z$).

Гамильтониан системы N взаимодействующих трансмонов в приближении вращающейся волны записывается как:

$$H = \sum_i \omega_i/2 \sigma_{z_i} + \sum_{ij} J_{ij}(\sigma^+_i \sigma^-_j + \sigma^-_i \sigma^+_j) + \sum_i \Omega_i(t)(\sigma^+_i + \sigma^-_i),$$

где ω_i -- частоты кубитов, J_{ij} -- константы связи между кубитами, $\Omega_i(t)$ -- амплитуды управляющих импульсов. Параметры гамильтониана задавались в соответствии с характеристиками используемого экспериментального процессора.

2. Меры запутанности

Для двухкубитных систем использовалась конкаррентность $C(\rho)$, введённая Вуттерсом и принимающая значения от 0 (сепарабельное состояние) до 1 (максимально запутанное состояние Белла). Конкаррентность вычисляется через собственные значения матрицы $R = \sqrt{(\sqrt{\rho} \tilde{\rho} \sqrt{\rho})}$, где $\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$.

Для многочастичных систем применялась логарифмическая негативность $E_N = \log_2 \|\rho^{T_A}\|_1$, где ρ^{T_A} -- матрица частичного транспонирования по подсистеме A , $\|\cdot\|_1$ -- ядерная норма. Данная мера нечувствительна к выбору разбиения системы и позволяет детектировать запутанность в смешанных состояниях.

Квантовая взаимная информация $I(A:B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB})$ использовалась для оценки общих квантовых корреляций, включая как запутанность, так и квантовый дискорд. Здесь $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ -- фон-нейманновская энтропия.

3. Экспериментальная установка

Экспериментальные измерения проводились на сверхпроводящем квантовом процессоре с 25 трансмон-кубитами, расположенными в топологии решётки 5×5 с ближайшим соседним взаимодействием. Процессор охлаждался до температуры 15 мК в разбавительном рефрижераторе BlueFors LD-400.

Основные характеристики процессора: частоты кубитов в диапазоне 4.5--5.5 ГГц, время амплитудной релаксации $T_1 = 60$ --120 мкс, время спиновой эхо-когерентности $T_{\text{echo}} = 80$ --150 мкс, точность одноквантовых вентиляей 99.85--99.95%, точность двухкубитных вентиляей CNOT 98.9--99.5%.

Управляющие микроволновые импульсы формировались с помощью генераторов произвольной формы сигналов с частотой дискретизации 2.4 ГГц. Считывание состояний кубитов осуществлялось методом дисперсионного считывания через резонаторы-считыватели с частотами 6.5--7.5 ГГц.

Для каждой экспериментальной точки проводилось 8192 повторения с целью набора достаточной статистики.

Квантовая томография состояний выполнялась с использованием разложения по базису операторов Паули. Для двухкубитных систем полная томография требует 16 измерительных базисов, для пятикубитных -- 1024. Реконструкция матрицы плотности осуществлялась методом максимального правдоподобия с ограничением положительной полуопределённости.

Результаты исследования

1. Динамика двухкубитной запутанности

Исследование временной динамики конкурентности двух связанных кубитов при различных каналах шума позволило количественно сопоставить теоретические предсказания с экспериментальными данными. Начальное максимально запутанное состояние Белла $|\Phi^+\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$ готовилось с помощью последовательного применения вентиля Адамара и вентиля CNOT.

В режиме чистого амплитудного затухания ($T_1 = 100$ мкс, $T_\phi \rightarrow \infty$) теоретическая модель предсказывает экспоненциальный распад конкурентности $C(t) = \exp(-t/T_1)$, что хорошо согласуется с экспериментом. Отклонение не превышает 3% в диапазоне времён от 0 до 200 мкс.

При включении фазовой релаксации ($T_2 = 80$ мкс) наблюдается более быстрое убывание запутанности, в том числе характерный эффект внезапной смерти запутанности (Sudden Death of Entanglement): конкурентность обращается в нуль уже при $t = 68$ мкс, тогда как при чистом амплитудном затухании она становилась пренебрежимо малой лишь к $t \approx 300$ мкс. Этот результат подчёркивает принципиальную роль дефазировки в разрушении запутанности.

Точность двухкубитных вентилях CNOT составила $99.4 \pm 0.2\%$ для пар кубитов с $T_2 > 80$ мкс и $98.7 \pm 0.3\%$ для пар с T_2 в диапазоне 50--80 мкс. Установлена линейная корреляция между временем когерентности и точностью вентиля: $\Delta F \approx 0.008 \times (80 \text{ мкс} - T_2) / 30 \text{ мкс}$.

2. Динамическое подавление ошибок

Для увеличения времени жизни запутанных состояний применялась техника динамического подавления ошибок (ДПО) методом составных импульсов последовательности Карр--Парселл--Мейбум--Гилла (КПМГ). Последовательность π -импульсов рефокусирует низкочастотные флуктуации фазы, являющиеся основным источником дефазировки в трансмон-системах.

При применении КПМГ-8 (восемь π -импульсов с интервалом $\tau = 10$ мкс) время жизни запутанного состояния увеличилось в 2.3 раза по сравнению со свободной эволюцией: эффективное время когерентности возросло с $T_2 = 82$ мкс до $T_{2_eff} = 189$ мкс. Конкурентность в момент $t = 100$ мкс возросла с 0.12 до 0.43.

Зависимость эффективного времени когерентности от числа импульсов N в последовательности КПМГ описывается степенным законом $T_{2_eff} \propto N^\alpha$ с показателем $\alpha = 0.72 \pm 0.05$. Данное значение α соответствует $1/f$ -спектру флуктуаций частоты кубитов, что согласуется с независимыми измерениями шума посредством спектроскопии Рамзи.

Оптимальное число импульсов определяется балансом между подавлением низкочастотного шума и ошибками, вносимыми самими импульсами. При числе импульсов $N > 16$ прирост эффективного времени когерентности прекращается из-за накопления ошибок импульсов, оцениваемых как 0.15% на импульс.

3. Многочастичная запутанность пятикубитных систем

Исследование пятикубитных систем позволило изучить многочастичную запутанность, принципиально недоступную в двухчастичном случае. Первоначально готовилось кластерное состояние -- граф-состояние, соответствующее топологии линейной цепи из пяти кубитов. Такие состояния являются универсальным ресурсом для однонаправленных квантовых вычислений.

Логарифмическая негативность кластерного состояния при различных разбиениях системы демонстрирует немонотонную зависимость от размера подсистемы: максимум $E_N = 2.0$ достигается при разбиении $2|3$ (две и три частицы), тогда как разбиение $1|4$ даёт $E_N = 1.3$. Это отражает структуру запутанности в кластерных состояниях.

Исследование зависимости степени запутанности от силы связи между кубитами J выявило пороговый характер перехода от сепарабельного к запутанному состоянию при $J/J_c \approx 1$, где J_c -- критическое значение. В окрестности порога наблюдается степенная зависимость $E_N \propto (J/J_c - 1)^\beta$ с показателем $\beta = 0.5 \pm 0.1$, что характерно для квантовых фазовых переходов второго рода.

Квантовая взаимная информация между соседними кубитами в зависимости от времени эволюции демонстрирует осцилляторное поведение с периодом $T_{osc} = \pi/J \approx 250$ нс при типичных значениях связи $J/2\pi \approx 2$ МГц. Огибающая этих осцилляций убывает по экспоненте с характерным временем, совпадающим с T_2 .

4. Применение в квантовых алгоритмах

Полученные результаты по динамике запутанности были применены для оценки производительности квантовых алгоритмов на реалистичном процессоре. В качестве тестового алгоритма использовался вариационный квантово-собственный решатель (VQE) для нахождения основного состояния молекулы H_2 в базисе STO-3G.

При использовании ансаца UCCSD (Unitary Coupled Cluster with Singles and Doubles) глубиной $p = 2$ достигнута энергия основного состояния -1.1361 ± 0.0003 Хартри при точном значении -1.1373 Хартри, что соответствует химической точности (ошибка < 1 ккал/моль). Точность возрастает при увеличении T_2 и непосредственно коррелирует с сохранением запутанности в ходе вычисления.

Зависимость точности VQE от числа применений ДПО в промежутках между вентилями показала, что оптимальная стратегия включает 4--6 π -импульсов в каждом свободном промежутке эволюции. Дальнейшее увеличение числа импульсов снижает точность из-за ошибок самих импульсов.

Обсуждение

Полученные результаты вносят вклад в понимание механизмов деградации квантовой запутанности в реалистичных условиях и методов её защиты. Эффект внезапной смерти запутанности, наблюдаемый экспериментально, согласуется с теоретическими предсказаниями и указывает на качественное отличие разрушения запутанности от классических корреляций: квантовые корреляции могут обращаться в нуль за конечное время даже при ненулевой когерентности отдельных кубитов.

Степенной закон возрастания эффективного времени когерентности при динамическом подавлении ошибок с показателем $\alpha \approx 0.72$ является диагностическим признаком $1/f$ -шума, что типично для трансмон-систем вследствие флуктуаций критического тока джозефсоновских переходов. Это знание позволяет оптимально конфигурировать последовательности ДПО: для достижения наибольшего эффекта интервал τ между импульсами должен быть меньше времени корреляции шума, которое в исследованных системах составляет 20--50 мкс.

Пороговый характер многочастичной запутанности при вариации константы связи представляет интерес с точки зрения теории квантовых фазовых переходов. Показатель $\beta = 0.5$ соответствует теории среднего поля, что справедливо вдали от нижней критической размерности. Исследование больших систем может обнаружить отклонения, связанные с учётом флуктуаций.

Достигнутая точность алгоритма VQE для молекулы N_2 подтверждает, что современные платформы сверхпроводящих кубитов приближаются к порогу практически полезных квантовых вычислений в химии. Ключевым ограничивающим фактором остаётся глубина схемы: при увеличении числа вентилей накопленная ошибка быстро деградирует качество квантового состояния.

Следует отметить ограничения настоящего исследования. Марковское приближение, лежащее в основе уравнения Линдблада, строго справедливо лишь при условии, что время корреляции окружения много меньше характерного

времени релаксации системы. В реальных трансмон-системах немарковские эффекты могут вносить поправки порядка 5--10%. Кроме того, кросс-токи между кубитами через общие линии считывания создают дополнительный механизм декогеренции, не учтённый в нашей модели.

Перспективным направлением является включение в анализ квантовой коррекции ошибок на основе поверхностных кодов, порог которых составляет около 1% ошибок на вентиль. Достигнутая в настоящей работе точность двухкубитных вентилях 99.4% уже находится вблизи этого порога, что открывает путь к логическому кубиту с улучшенными характеристиками когерентности.

Заключение

Проведённое теоретическое и экспериментальное исследование квантовой запутанности в системах сверхпроводящих кубитов позволило получить ряд значимых результатов. Разработана теоретическая модель на основе уравнения Линдблада, адекватно описывающая динамику многочастичной запутанности при реалистичных каналах шума. Экспериментально подтверждён эффект внезапной смерти запутанности при совместном действии амплитудного затухания и фазовой релаксации.

Показано, что применение динамического подавления ошибок методом составных импульсов КПМГ увеличивает время жизни запутанного состояния в 2.3 раза, а эффективное время когерентности возрастает по степенному закону с показателем $\alpha = 0.72$, характерным для $1/f$ -шума. Для пятикубитных систем обнаружен пороговый переход от сепарабельного к запутанному состоянию при критическом значении константы связи.

Достигнутая точность двухкубитных вентилях CNOT $99.4 \pm 0.2\%$ при временах когерентности $T_2 > 80$ мкс и успешная реализация алгоритма VQE для молекулы H_2 с химической точностью демонстрируют практическую применимость полученных результатов.

Практическая значимость работы состоит в разработке конкретных рекомендаций по оптимизации параметров квантовых процессоров: выбору оптимального числа импульсов ДПО, определению критических значений T_2 для достижения заданной точности вентилях, и оценке ожидаемой производительности квантовых алгоритмов на платформе заданного качества. Полученные результаты применимы к широкому классу сверхпроводящих квантовых процессоров и могут служить основой для их дальнейшего совершенствования.

Список литературы

1. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? // *Physical Review*. 1935. Vol. 47. P. 777--780.
2. Bell J.S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox // *Physics*. 1964. Vol. 1. No. 3. P. 195--200.
3. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers // *Physical Review Letters*. 1982. Vol. 49. No. 25. P. 1804--1807.
4. Nielsen M.A., Chuang I.L. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 676 p.
5. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups // *Communications in Mathematical Physics*. 1976. Vol. 48. No. 2. P. 119--130.
6. Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 80. No. 10. P. 2245--2248.
7. Vidal G., Werner R.F. Computable measure of entanglement // *Physical Review A*. 2002. Vol. 65. No. 3. Article 032314.
8. Yu T., Eberly J.H. Sudden death of entanglement // *Science*. 2009. Vol. 323. No. 5914. P. 598--601.
9. Arute F., Arya K., Babbush R., et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor // *Nature*. 2019. Vol. 574. P. 505--510.
10. Koch J., Yu T.M., Gambetta J., et al. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box // *Physical Review A*. 2007. Vol. 76. No. 4. Article 042319.
11. Viola L., Knill E., Lloyd S. Dynamical decoupling of open quantum systems // *Physical Review Letters*. 1999. Vol. 82. No. 12. P. 2417--2421.
12. Carr H.Y., Purcell E.M. Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments // *Physical Review*. 1954. Vol. 94. No. 3. P. 630--638.
13. Meiboom S., Gill D. Modified spin-echo method for measuring nuclear relaxation times // *Review of Scientific Instruments*. 1958. Vol. 29. No. 8. P. 688--691.
14. Bianchetti R., Filipp S., Baur M., et al. Dynamics of dispersive single-qubit readout in circuit quantum electrodynamics // *Physical Review A*. 2009. Vol. 80. No. 4. Article 043840.
15. Peruzzo A., McClean J., Shadbolt P., et al. A variational eigenvalue solver on a photonic chip // *Nature Communications*. 2014. Vol. 5. Article 4213.
16. McClean J.R., Romero J., Babbush R., Aspuru-Guzik A. The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms // *New Journal of Physics*. 2016. Vol. 18. No. 2. Article 023023.
17. Raimondi R., Schwab P. Spin-Hall effect in a disordered 2D electron system // *Europhysics Letters*. 2005. Vol. 71. No. 4. P. 599--605.
18. Preskill J. Quantum Computing in the NISQ era and beyond // *Quantum*. 2018. Vol. 2. P. 79.
19. Terhal B.M. Quantum error correction for quantum memories // *Reviews of Modern Physics*. 2015. Vol. 87. No. 2. P. 307--346.

20. Fowler A.G., Martinis J.M. Quantifying the effects of local many-qubit errors and leakage for the surface code // *Physical Review A*. 2014. Vol. 89. No. 3. Article 032316.

References

1. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical Review*, 1935, vol. 47, pp. 777-780.
2. Bell J.S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1964, vol. 1, no. 3, pp. 195-200.
3. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers. *Physical Review Letters*, 1982, vol. 49, no. 25, pp. 1804-1807.
4. Nielsen M.A., Chuang I.L. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. 676 p.
5. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups. *Communications in Mathematical Physics*, 1976, vol. 48, no. 2, pp. 119-130.
6. Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, no. 10, pp. 2245-2248.
7. Vidal G., Werner R.F. Computable measure of entanglement. *Physical Review A*, 2002, vol. 65, no. 3, article 032314.
8. Yu T., Eberly J.H. Sudden death of entanglement. *Science*, 2009, vol. 323, no. 5914, pp. 598-601.
9. Arute F., Arya K., Babbush R., et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 2019, vol. 574, pp. 505-510.
10. Koch J., Yu T.M., Gambetta J., et al. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box. *Physical Review A*, 2007, vol. 76, no. 4, article 042319.
11. Viola L., Knill E., Lloyd S. Dynamical decoupling of open quantum systems. *Physical Review Letters*, 1999, vol. 82, no. 12, pp. 2417-2421.
12. Carr H.Y., Purcell E.M. Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments. *Physical Review*, 1954, vol. 94, no. 3, pp. 630-638.
13. Meiboom S., Gill D. Modified spin-echo method for measuring nuclear relaxation times. *Review of Scientific Instruments*, 1958, vol. 29, no. 8, pp. 688-691.
14. Bianchetti R., Filipp S., Baur M., et al. Dynamics of dispersive single-qubit readout in circuit quantum electrodynamics. *Physical Review A*, 2009, vol. 80, no. 4, article 043840.
15. Peruzzo A., McClean J., Shadbolt P., et al. A variational eigenvalue solver on a photonic chip. *Nature Communications*, 2014, vol. 5, article 4213.
16. McClean J.R., Romero J., Babbush R., Aspuru-Guzik A. The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms. *New Journal of Physics*, 2016, vol. 18, no. 2, article 023023.
17. Raimondi R., Schwab P. Spin-Hall effect in a disordered 2D electron system. *Europhysics Letters*, 2005, vol. 71, no. 4, pp. 599-605.
18. Preskill J. Quantum Computing in the NISQ era and beyond. *Quantum*, 2018, vol. 2, p. 79.

19. Terhal B.M. Quantum error correction for quantum memories. *Reviews of Modern Physics*, 2015, vol. 87, no. 2, pp. 307-346.
20. Fowler A.G., Martinis J.M. Quantifying the effects of local many-qubit errors and leakage for the surface code. *Physical Review A*, 2014, vol. 89, no. 3, article 032316.